

Abgabe: 12.07.2017, 12:30 Uhr
Besprechung: KW 29

Übungsblatt 11

Aufgabe 11.1:

(8 Punkte)

Ein *Hamiltonkreis* in einem Graphen $G = (V, E)$ ist ein Kreis, der jeden Knoten $v \in V$ genau einmal besucht. Bei dem Problem HC (Hamiltonian Circuit) besteht die Eingabe aus einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$, für den entschieden werden soll, ob er einen Hamiltonkreis enthält oder nicht. Zeigen Sie, dass das Problem HC \mathcal{NP} -vollständig ist.

Hinweis: Geben Sie eine polynomielle Reduktion eines bekannten \mathcal{NP} -vollständigen Problems auf HC an. Es eignet sich beispielsweise 3-SAT.

Aufgabe 11.2:

(4 Punkte)

Wir betrachten das *Problem des Handlungsreisenden* TSP (Travelling Salesman Problem). Eine Eingabe für das TSP ist ein vollständiger ungerichteter Graph $G = (V, E)$ mit $n \geq 3$ Knoten und einer Kantengewichtung $w : E \rightarrow \mathbb{R}_+$. Bei der Entscheidungsvariante des TSP stellen wir die Frage, ob für einen gegebenen Wert $t \in \mathbb{R}_+$ ein Hamiltonkreis T in G existiert, dessen Gewicht $\sum_{e \in E(T)} w(e)$ höchstens t ist. Zeigen Sie, dass die Entscheidungsvariante des TSP \mathcal{NP} -vollständig ist.

Aufgabe 11.3:

(6 Punkte)

Wir betrachten die Variante 2-SAT des Erfüllbarkeitsproblems SAT, bei der jede Klausel aus höchstens 2 Literalen besteht. Zeigen Sie, dass die Entscheidungsvariante von 2-SAT in \mathcal{P} liegt und eine erfüllende Belegung in polynomieller Zeit gefunden werden kann, sofern eine solche existiert.

Aufgabe 11.4:

(6 Punkte)

Wir betrachten das 3-dimensionale Matching Problem (3DM). Eine Eingabe besteht aus drei paarweise disjunkten Mengen U, V und W gleicher Kardinalität und einer Relation $T \subseteq U \times V \times W$. Gefragt ist, ob es eine Teilmenge M von T mit $|M| = |U|$ gibt, sodass $u \neq u', v \neq v'$ und $w \neq w'$ für alle $(u, v, w), (u', v', w') \in M$ mit $(u, v, w) \neq (u', v', w')$ gilt. Zeigen Sie, dass 3DM \mathcal{NP} -vollständig ist.