

Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1

Wir betrachten das Partitionsproblem: Sei A eine endliche, nichtleere Menge von natürlichen Zahlen. Gibt es eine Teilmenge $A' \subset A$, sodass $\sum_{x \in A'} x = \sum_{x \in A \setminus A'} x$ gilt? Entwerfen Sie einen Algorithmus, der das Problem mittels dynamischer Programmierung in pseudopolynomieller Zeit löst.

Aufgabe 2.2

Eine Variante des Partitionsproblem sucht nach einer Teilmenge $A' \subset A$, sodass $\min\{\sum_{x \in A'} x, \sum_{x \in A \setminus A'} x\}$ maximiert wird. Konstruieren Sie mithilfe von Rundung und Ihrem dynamischen Programm aus Aufgabe 2.1 ein FPTAS für diese Variante des Partitionsproblem und beweisen Sie dessen Korrektheit.

Aufgabe 2.3

Gegeben sei eine Instanz des Scheduling-Problems auf identischen Maschinen. Dabei sei die Maschinenzahl $m = 3$ und für einen gegebenen Schedule π bezeichne $L_i(\pi)$ die Ausführungszeit von Maschine i . Unser Ziel ist es, die Summe der Quadrate $L_1^2(\pi) + L_2^2(\pi) + L_3^2(\pi)$ zu minimieren. Entwerfen Sie ein PTAS für dieses Problem und beweisen Sie dessen Korrektheit.

Aufgabe 2.4

Beweisen Sie: Falls $P \neq NP$, dann kann es keinen Approximationsalgorithmus A für das Rucksackproblem geben, für den auf jeder Instanz I gilt

$$\exists k \in \mathbb{N}, \forall I \in \mathcal{S} : C^*(I) - C_A(I) \leq k,$$

wobei $C^*(I)$ den optimalen Nutzen auf der Instanz I und $C_A(I)$ den von Algorithmus A berechneten Nutzen bezeichnet.