

**Abgabe: 12.07.2017, 12:30 Uhr**  
**Besprechung: KW 29**

## Übungsblatt 11

### Aufgabe 11.1:

(8 Punkte)

Ein *Hamiltonkreis* in einem Graphen  $G = (V, E)$  ist ein Kreis, der jeden Knoten  $v \in V$  genau einmal besucht. Bei dem Problem HC (Hamiltonian Circuit) besteht die Eingabe aus einem ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$ , für den entschieden werden soll, ob er einen Hamiltonkreis enthält oder nicht. Zeigen Sie, dass das Problem HC  $\mathcal{NP}$ -vollständig ist.

*Hinweis:* Geben Sie eine polynomielle Reduktion eines bekannten  $\mathcal{NP}$ -vollständigen Problems auf HC an. Es eignet sich beispielsweise 3-SAT.

### Aufgabe 11.2:

(4 Punkte)

Wir betrachten das *Problem des Handlungsreisenden* TSP (Travelling Salesman Problem). Eine Eingabe für das TSP ist ein vollständiger ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  mit  $n \geq 3$  Knoten und einer Kantengewichtung  $w : E \rightarrow \mathbb{R}_+$ . Bei der Entscheidungsvariante des TSP stellen wir die Frage, ob für einen gegebenen Wert  $t \in \mathbb{R}_+$  ein Hamiltonkreis  $T$  in  $G$  existiert, dessen Gewicht  $\sum_{e \in E(T)} w(e)$  höchstens  $t$  ist. Zeigen Sie, dass die Entscheidungsvariante des TSP  $\mathcal{NP}$ -vollständig ist.

### Aufgabe 11.3:

(6 Punkte)

Wir betrachten die Variante 2-SAT des Erfüllbarkeitsproblems SAT, bei der jede Klausel aus höchstens 2 Literalen besteht. Zeigen Sie, dass die Entscheidungsvariante von 2-SAT in  $\mathcal{P}$  liegt und eine erfüllende Belegung in polynomieller Zeit gefunden werden kann, sofern eine solche existiert.

### Aufgabe 11.4:

(6 Punkte)

Wir betrachten das 3-dimensionale Matching Problem (3DM). Eine Eingabe besteht aus drei paarweise disjunkten Mengen  $U, V$  und  $W$  gleicher Kardinalität und einer Relation  $T \subseteq U \times V \times W$ . Gefragt ist, ob es eine Teilmenge  $M$  von  $T$  mit  $|M| = |U|$  gibt, sodass  $u \neq u', v \neq v'$  und  $w \neq w'$  für alle  $(u, v, w), (u', v', w') \in M$  mit  $(u, v, w) \neq (u', v', w')$  gilt. Zeigen Sie, dass 3DM  $\mathcal{NP}$ -vollständig ist.