

## Übungsblatt 1

### Aufgabe 1.1:

Wir betrachten die deterministische Turingmaschine  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \square, q_0, \bar{q}, \delta)$  mit  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, \bar{q}\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$  und der Zustandsüberföhrungsfunktion  $\delta$ , gegeben durch folgende Tabelle:

	0	1	2	# <sub>1</sub>	# <sub>2</sub>	□
$q_0$	$(q_1, \square, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(q_4, \#_1, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(\bar{q}, 1, N)$
$q_1$	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, \#_1, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(q_1, \#_1, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(\bar{q}, 0, N)$
$q_2$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(q_2, 1, R)$	$(q_3, \#_2, L)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(q_2, \#_2, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$
$q_3$	$(q_3, 0, L)$	$(q_3, 1, L)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(q_3, \#_1, L)$	$(q_3, \#_2, L)$	$(q_0, \square, R)$
$q_4$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(\bar{q}, 0, N)$	$(q_4, \#_1, R)$	$(q_4, \#_2, R)$	$(\bar{q}, 1, N)$

Terminiert  $M$  bei Eingabe  $w \in \Sigma^*$  mit Bandinhalt 1 an der Position des Lese-/Schreibkopfes, so wird die Eingabe  $w$  akzeptiert, ansonsten wird die Eingabe  $w$  verworfen. Beschreiben Sie die Sprache, die durch  $M$  entschieden wird.

### Aufgabe 1.2:

Beschreiben Sie die Rechenzeit  $t_M(w)$  und den Platzbedarf  $s_M(w)$  der Turingmaschine  $M$  aus Aufgabe 1 möglichst genau. Geben Sie sowohl untere als auch obere Schranken an. Unterscheiden Sie dabei folgende Fälle.

- $w \in \Sigma^*$  mit  $|w| = n$  wird von  $M$  akzeptiert.
- $w \in \Sigma^*$  mit  $|w| = n$  wird von  $M$  verworfen.

### Aufgabe 1.3:

Betrachten Sie zwei Wörter  $u, v \in \{0, 1\}^*$ . Es soll eine 1-Band Turingmaschine konstruiert werden, welche eine Eingabe  $u\#v$  genau dann akzeptiert, falls  $u = v$  gilt. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

- Erläutern Sie kurz die Idee Ihrer Konstruktion.
- Geben Sie zu jedem Zustand eine (kurze, informelle) Beschreibung an.
- Geben Sie die Zustandsüberföhrungsfunktion Ihrer Turingmaschine als Diagramm (wie bei Automaten) an. Beschriften Sie Übergänge im Diagramm in der Form  $(0, 1, L)$ . Die Bedeutung der Notation ist: Beim Lesen von 0 an der Kopfposition wird eine 1 geschrieben und der Kopf nach links bewegt.
- Notieren Sie die Folge der Konfigurationen (als Zeichenketten), die Ihre Turingmaschine bei Abarbeitung der Eingabe  $u = v = 10$  durchläuft.

### Aufgabe 1.4:

Es seien

$$L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$$

und

$$L' = \{0^i 1^j \mid i, j \geq 1\}.$$

zwei Sprachen. Konstruieren Sie zwei Turingmaschinen, die  $L$  bzw.  $L'$  entscheiden. Können beide Sprachen auch von deterministischen endlichen Automaten entschieden werden? Begründen Sie Ihre Antwort.