

## Algorithmische Grundlagen des Maschinellen Lernens

Sommersemester 2022

Präsenzblatt 2

### Aufgabe 1:

Sei  $X$  eine nicht-negative, reelle Zufallsvariable und  $t > 0$ . Zeigen Sie, dass

$$\Pr [X \geq t] \leq \frac{1}{t} \mathbf{E} [X] \text{ gilt.}$$

### Aufgabe 2:

Es sei  $\mathcal{D}$  eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung auf einer endlichen Menge. Es gibt also  $a_1, \dots, a_n$ , sodass  $\Pr_{x \sim \mathcal{D}} [x = a_i] = p_i$  und  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ .

Zeigen Sie, dass die folgenden zwei Wege, eine Menge  $S$  und  $S'$  zu erzeugen, äquivalent sind.

1.  $S$  ist eine Menge von  $m$  zufällig und unabhängig aus  $\mathcal{D}$  gezogenen Samples.  $S'$  ist eine Menge von  $m$  zufällig und unabhängig aus  $\mathcal{D}$  gezogenen Samples.
2. Es seien  $X_1, \dots, X_{2m}$  unabhängige, identisch verteilte Züge aus  $\mathcal{D}$ . Nun ziehe  $m$  mal zufällig gleichverteilt ohne Zurücklegen aus diesen Zügen und nenne das Ergebnis  $S$ . Die Menge  $S'$  umfasst alle verbleibenden Elemente.