

## Übungsblatt 6

### Aufgabe 6.1

3+3 Punkte

Wir betrachten Sprachen  $L_1, L_2, \dots$  und  $L = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L_i$ . Finden Sie Gegenbeispiele für jede der folgenden beiden Aussagen:

- (a) Wenn  $L_1, L_2, \dots$  rekursiv sind, dann ist  $L$  rekursiv aufzählbar.
- (b) Wenn  $L$  rekursiv ist, dann sind alle Sprachen  $L_1, L_2, \dots$  rekursiv aufzählbar.

### Aufgabe 6.2

3+3 Punkte

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Sind  $L_1$  und  $L_2$  rekursiv aufzählbare Sprachen, dann ist die Sprache  $L_1 \setminus L_2$  auch rekursiv aufzählbar.
- (b) Sind  $L_1$  und  $L_2$  rekursiv aufzählbare Sprachen, dann ist die Sprache  $L_1 \cdot L_2 := \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$  auch rekursiv aufzählbar.

### Aufgabe 6.3

3+3 Punkte

Seien  $L_1, L_2$  und  $L_3$  rekursiv aufzählbare Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma$ . Für ein Wort  $w \in \Sigma^*$  bezeichne  $I(w) \subseteq \{1, 2, 3\}$  die Menge, die genau die Indizes  $i$  mit  $w \in L_i$  enthält. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Die Sprache  $L_{\geq 2} = \{w \in \Sigma^* : |I(w)| \geq 2\}$  ist rekursiv aufzählbar.
- (b) Die Sprache  $L_{=2} = \{w \in \Sigma^* : |I(w)| = 2\}$  ist rekursiv aufzählbar.

### Präsenzaufgabe

Wir betrachten die Sprache

$H_{\geq |w|^2} = \{ \langle M \rangle : M \text{ hält auf jeder Eingabe } w \in \Sigma^* \text{ entweder nach frühestens } |w|^2 \text{ vielen Schritten oder gar nicht} \}$ .

Sind die Sprachen  $H_{\geq |w|^2}$  und  $\overline{H_{\geq |w|^2}}$  rekursiv aufzählbar?