Inhalt

1 Grundlagen .................................. 1
   1.1 Einführung .................................... 1
   1.2 Ein paar Grundbegriffe ...................... 6
       1.2.1 Topologie .................................. 6
       1.2.2 Graphentheorie ............................. 12
       1.2.3 Geometrie ................................ 21
       1.2.4 Komplexität von Algorithmen ............... 29
       1.2.5 Suchbäume ................................ 36
       1.2.6 Untere Schranken ........................... 39
   Lösungen der Übungsaufgaben .................. 49
   Literatur ........................................ 57

2 Das Sweep-Verfahren .......................... 61
   2.1 Einführung .................................... 61
   2.2 Sweep im Eindimensionalen ................. 62
       2.2.1 Das Maximum einer Menge von Objekten ........ 62
       2.2.2 Das dichteste Paar einer Menge von Zahlen .... 63
       2.2.3 Die maximale Teilsumme .................... 64
   2.3 Sweep in der Ebene ........................... 67
       2.3.1 Das dichteste Punktepaar in der Ebene ...... 67
       2.3.2 Schnittpunkte von Strecken .................. 74
       2.3.3 Die untere Kontur — das Minimum von Funktionen 89
       2.3.4 Der Durchschnitt von zwei Polygonen ....... 99
   2.4 Sweep im Raum .............................. 103
       2.4.1 Das dichteste Punktepaar im Raum .......... 103
   Lösungen der Übungsaufgaben .................. 107
   Literatur ........................................ 115

3 Geometrische Datenstrukturen ................. 117
   3.1 Einführung .................................... 117
   3.2 Mehrdimensionale Suchbäume ............... 120
<table>
<thead>
<tr>
<th>3.2.1</th>
<th>Der KD–Baum</th>
<th>121</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>3.2.2</td>
<td>Symbolische Perturbation von Punkten in spezieller Lage</td>
<td>127</td>
</tr>
<tr>
<td>3.2.3</td>
<td>Der Bereichsbaum</td>
<td>131</td>
</tr>
<tr>
<td>3.2.4</td>
<td>Der Prioritätssuchbaum</td>
<td>135</td>
</tr>
<tr>
<td>3.2.5</td>
<td>KD–Bäume für höherdimensionale Daten*</td>
<td>141</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3</td>
<td>Dynamische Datenstrukturen</td>
<td>144</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3.1</td>
<td>Wegwerfdynamisierung</td>
<td>145</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3.2</td>
<td>Die logarithmische Methode*</td>
<td>148</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3.3</td>
<td>Anwendungen der logarithmischen Methode*</td>
<td>157</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3.4</td>
<td>Ausgewogene Suchbäume*</td>
<td>160</td>
</tr>
<tr>
<td>3.3.5</td>
<td>Anwendungen ausgewogener Suchbäume*</td>
<td>166</td>
</tr>
<tr>
<td>Lösungen der Übungsaufgaben</td>
<td>169</td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>

Literatur | 175 |

4 Durchschnitte, Zerlegungen und Sichtbarkeit | 177 |

4.1 Die konvexe Hülle ebener Punktmengen | 177 |
| 4.1.1 Präzisierung des Problems und untere Schranke | 178 |
| 4.1.2 Inkrementelle Verfahren | 181 |
| 4.1.3 Ein einfaches optimales Verfahren | 189 |
| 4.1.4 Der Durchschnitt von Halbebenen | 192 |

4.2 Triangulationen einfacher Polygone | 197 |

4.3 Die Trapezzerlegung geometrischer Graphen | 204 |
| 4.3.1 Das Problem der Punktlokalisierung | 204 |
| 4.3.2 Die Trapezzerlegung | 206 |
| 4.3.3 DAGs zur Punktlokalisierung | 207 |
| 4.3.4 Zu erwartende Kosten | 212 |
| 4.3.5 Kosten mit hoher Wahrscheinlichkeit* | 214 |
| 4.3.6 Schnelle Triangulierung einfacher Polygone* | 218 |

4.4 Das Sichtbarkeitspolygon | 224 |
| 4.4.1 Verschiedene Sichten im Inneren eines Polygons | 225 |
| 4.4.2 Das Kunstgalerie-Problem | 227 |
| 4.4.3 Die VC-Dimension einer Kunstgalerie* | 230 |

4.5 Der Kern eines einfachen Polygons | 237 |
| 4.5.1 Die Struktur des Problems | 238 |
| 4.5.2 Ein optimaler Algorithmus | 244 |

Lösungen der Übungsaufgaben | 247 |

Literatur | 255 |

5 Voronoi-Diagramme | 257 |

5.1 Einführung | 257 |

5.2 Definition und Struktur des Voronoi-Diagramms | 259 |

5.3 Anwendungen | 266 |
<p>| 5.3.1 Das Problem des nächsten Postamts | 267 |
| 5.3.2 Die Bestimmung aller nächsten Nachbarn | 267 |
| 5.3.3 Der minimale Spannbaum | 269 |</p>
<table>
<thead>
<tr>
<th>Inhalt</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>5.3.4 Der größte leere Kreis ........................................ 272</td>
</tr>
<tr>
<td>5.4 Die Delaunay-Triangulation ........................................ 277</td>
</tr>
<tr>
<td>5.4.1 Definition und elementare Eigenschaften .......................... 277</td>
</tr>
<tr>
<td>5.4.2 Die Maximalität der kleinsten Winkel ............................. 280</td>
</tr>
<tr>
<td>5.5 Zwei Variationen .................................................... 284</td>
</tr>
<tr>
<td>5.5.1 Die Manhattan-Metrik $L_1$ ....................................... 284</td>
</tr>
<tr>
<td>5.5.2 Das Voronoi-Diagramm von Strecken ................................ 285</td>
</tr>
<tr>
<td>5.5.3 Planung kollisionsfreier Bahnen für Roboter ....................... 291</td>
</tr>
<tr>
<td>Lösungen der Übungsaufgaben ............................................ 297</td>
</tr>
<tr>
<td>Literatur ................................................................. 303</td>
</tr>
<tr>
<td>6 Berechnung des Voronoi-Diagramms ...................................... 305</td>
</tr>
<tr>
<td>6.1 Die untere Schranke .................................................. 306</td>
</tr>
<tr>
<td>6.2 Inkrementelle Konstruktion .......................................... 308</td>
</tr>
<tr>
<td>6.2.1 Aktualisierung der Delaunay-Triangulation ......................... 308</td>
</tr>
<tr>
<td>6.2.2 Lokalisierung mit dem Delaunay-DAG ................................ 313</td>
</tr>
<tr>
<td>6.2.3 Randomisierung ..................................................... 318</td>
</tr>
<tr>
<td>6.3 Sweep .................................................................. 322</td>
</tr>
<tr>
<td>6.3.1 Die Wellenfront ...................................................... 323</td>
</tr>
<tr>
<td>6.3.2 Entwicklung der Wellenfront ........................................ 326</td>
</tr>
<tr>
<td>6.3.3 Der Sweep-Algorithmus für $V(S)$ .................................. 327</td>
</tr>
<tr>
<td>6.4 Divide-and-Conquer ...................................................... 330</td>
</tr>
<tr>
<td>6.4.1 Mischen von zwei Voronoi-Diagrammen ................................ 331</td>
</tr>
<tr>
<td>6.4.2 Konstruktion von $B(L, R)$ ........................................ 333</td>
</tr>
<tr>
<td>6.4.3 Das Verfahren divide-and-conquer für $V(S)$ ......................... 338</td>
</tr>
<tr>
<td>6.5 Geometrische Transformation .......................................... 340</td>
</tr>
<tr>
<td>Lösungen der Übungsaufgaben ............................................ 345</td>
</tr>
<tr>
<td>Literatur ................................................................. 351</td>
</tr>
<tr>
<td>7 Weiterführende Ergebnisse ................................................ 353</td>
</tr>
<tr>
<td>7.1 Nichteuklidische Abstandsmaße für Punkte ............................. 353</td>
</tr>
<tr>
<td>7.1.1 Konvexe Distanzfunktionen ......................................... 354</td>
</tr>
<tr>
<td>7.1.2 Metriken ohne Translationsinvarianz ................................ 358</td>
</tr>
<tr>
<td>7.1.3 Additive und multiplikative Gewichte ................................ 360</td>
</tr>
<tr>
<td>7.1.4 Power-Diagramme ....................................................... 366</td>
</tr>
<tr>
<td>7.1.5 Diagramme höherer Ordnung .......................................... 367</td>
</tr>
<tr>
<td>7.1.6 Die Drehdistanz ....................................................... 369</td>
</tr>
<tr>
<td>7.2 Abstrakte Voronoi-Diagramme* ......................................... 371</td>
</tr>
<tr>
<td>7.2.1 Definitionen und Axiome .............................................. 371</td>
</tr>
<tr>
<td>7.2.2 $V(S)$ als Punktmenge .............................................. 373</td>
</tr>
<tr>
<td>7.2.3 $V(S)$ als Graph ...................................................... 378</td>
</tr>
<tr>
<td>7.2.4 Konstruktion von $V(S)$ .............................................. 382</td>
</tr>
<tr>
<td>7.2.5 Anwendungen und Variationen ........................................ 384</td>
</tr>
<tr>
<td>7.3 Approximative Suche mit dem LKD–Baum* ................................ 385</td>
</tr>
<tr>
<td>7.3.1 Die Baumstruktur ...................................................... 386</td>
</tr>
</tbody>
</table>
7.3.2 Bereichsanfragen mit Rechtecken und Quadraten  387
7.3.3 Approximative Bereichsanfragen mit Kreisen  390
7.3.4 Nächste-Nachbarn-Suche  392
7.3.5 Dynamisierung  397
7.3.6 Alternativen zum LKD–Baum  398

7.4 Flächenfüllende Kurven*  399
7.4.1 Hüllkörperhierarchien  399
7.4.2 Pólyas dreieckfüllende Kurve  400
7.4.3 Dehnungskonstante  404
7.4.4 Anfragen in der Hüllkörperhierarchie  406
7.4.5 Approximation der kürzesten Rundreise  409
7.4.6 Weitere Kurven und Anwendungen  411

7.5 Ähnlichkeitsberechnung von polygonalen Kurven in der Ebene  412
7.5.1 Definitionen von Ähnlichkeit  413
7.5.2 Fréchet-Abstand — das Entscheidungsproblem  416
7.5.3 Fréchet-Abstand — das Optimierungsproblem*  420
7.5.4 Hausdorff-Abstand*  425

7.6 Bewegungsplanung bei unvollständiger Information  428
7.6.1 Ausweg aus einem Labyrinth  430
7.6.2 Suchtiefenverdopplung — eine kompetitive Strategie  438
7.6.3 Optimalität*  442
7.6.4 Suchen in einfachen Polygones  448

7.7 Inzidenzen  457
7.7.1 Kreuzungszahl und Satz von Szemerédi-Trotter  458
7.7.2 Satz von Sylvester  460
7.7.3 Verbindungen von Geraden im Raum*  460

Lösungen der Übungsaufgaben  467
Literatur  485

Index  491