

Abgabe: 14.06.2017, 12:30 Uhr
Besprechung: KW 25

Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1:

(3 + 3 Punkte)

Wir betrachten Sprachen L_1, L_2, \dots und $L = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L_i$. Finden Sie Gegenbeispiele für jede der folgenden beiden Aussagen:

- (a) Wenn L_1, L_2, \dots rekursiv sind, dann ist L rekursiv aufzählbar.
- (b) Wenn L rekursiv ist, dann sind alle Sprachen L_1, L_2, \dots rekursiv aufzählbar.

Aufgabe 7.2:

(3 + 3 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Sind L_1 und L_2 rekursiv aufzählbare Sprachen, dann ist die Sprache $L_1 \setminus L_2$ auch rekursiv aufzählbar.
- (b) Sind L_1 und L_2 rekursiv aufzählbare Sprachen, dann ist die Sprache $L_1 \cdot L_2 := \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$ auch rekursiv aufzählbar.

Aufgabe 7.3:

(3 + 3 Punkte)

Seien L_1, L_2 und L_3 rekursiv aufzählbare Sprachen über dem Alphabet Σ . Für ein Wort $w \in \Sigma^*$ bezeichne $I(w) \subseteq \{1, 2, 3\}$ die Menge, die genau die Indizes i mit $w \in L_i$ enthält. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Die Sprache $L_{\geq 2} = \{w \in \Sigma^* : |I(w)| \geq 2\}$ ist rekursiv aufzählbar.
- (b) Die Sprache $L_{=2} = \{w \in \Sigma^* : |I(w)| = 2\}$ ist rekursiv aufzählbar.

Aufgabe 7.4:

(6 Punkte)

Wir betrachten die Sprache

$H_{\geq |w|^2} = \{\langle M \rangle : M \text{ hält auf jeder Eingabe } w \in \Sigma^* \text{ entweder nach frühestens } |w|^2 \text{ vielen Schritten oder gar nicht}\}.$

Sind die Sprachen $H_{\geq |w|^2}$ und $\overline{H_{\geq |w|^2}}$ rekursiv aufzählbar?