

Übungsblatt 12

Aufgabe 12.1

Sei eine Instanz (V, d) des metrischen TSP gegeben. Wir betrachten den folgenden Approximationsalgorithmus:

Algorithm 1 Cheapest Insert

Sei C_1 eine Tour, die aus einem beliebigen Knoten $v_1 \in V$ besteht.
Finde den zu v_1 nächstgelegenen Knoten v_2 . Sei C_2 die Tour (v_1, v_2, v_1) .
for $i = 3$ **to** $|V|$ **do**
 Wähle $v_i \in V \setminus V(C_{i-1})$ und eine Kante (u, w) der Tour C_{i-1} (das heißt u und w folgen in C_{i-1} aufeinander),
 so dass $d(u, v_i) + d(v_i, w) - d(u, w)$ minimal ist.
 Sei C_i die Tour, die aus C_{i-1} entsteht, wenn man zwischen u und w den Knoten v_i besucht.
end for
return $C_{|V|}$

Zeigen Sie, dass der Algorithmus Cheapest Insert eine 2-Approximation liefert.

Aufgabe 12.2

Wir betrachten eine Instanz (V, d) des metrischen TSP, bei der die Metrik wie folgt durch einen Baum T auf der Knotenmenge V gegeben ist: Der Abstand $d(v, w)$ ist die Länge des eindeutigen v - w -Pfades in T . Eine solche Metrik wird auch als Baummetrik bezeichnet. Zeigen Sie, dass der Christofides-Algorithmus auf Baummetriken die optimale Lösung berechnet.

Aufgabe 12.3

Wir betrachten folgende Variante des metrischen TSP: Gegeben sei eine Metrik (V, d) . Anstelle eines kürzesten Hamiltonkreises, also eines Kreises, der alle Knoten aus V genau einmal besucht, suchen wir einen kürzesten Hamiltonpfad, also einen Weg, der jeden Knoten aus V genau einmal besucht. Der Start- und Endknoten sind hierbei nicht festgelegt.

Geben Sie einen $\frac{3}{2}$ -Approximationsalgorithmus für dieses Problem an.